DIRECTION DIOCESAINE DE L'ENSEIGNEMENT CATHOLIQUE DE PORTO-NOVO

Collège Catholique Notre-Dame de Lourdes de Porto-Novo, Maison-mère
Collège Catholique Notre-Dame de Lourdes de Dowa
Collège Catholique Notre-Dame de Lourdes des Filles de Dangbéklounon
Collège Catholique Sainte Claire de Pobè
Collège Catholique Saints Pierre et Paul de Kandévié
CPEG Saint Joseph de Copertino
Collège Catholique Notre-Dame de Lourdes de Dangbo
Collège Catholique Notre-Dame de L'Atlantique de Djèrègbé
Collège Catholique Notre-Dame de Lourdes d'Attakè
Collège Catholique Notre-Dame de Lourdes d'Akonaboè
Collège Catholique Notre-Dame de Lourdes d'Adjarra
Collège Catholique Notre-Dame de Lourdes d'Avrankou
Collège Catholique Bernardin Cardinal Gantin

EXAMEN BLANC DIOCESAIN DU BACCALAUREAT: 5ème EDITION

SESSION DE MAI 2026

Durée: 4heures **Coef : 4**

5EBD2620

Contexte : Modernisation du secteur du numérique au Bénin

Dans le cadre de la modernisation des services numériques au Bénin, une Startup basée à Porto – Novo développe une application permettant de diffuser des messages informatiques (alertes ; messages éducatifs ; agricoles) vers les zones rurales.

Le système repose sur une transmission aléatoire du signal qui, lors de chaque diffusion passe par trois relais successifs dont la qualité dépend des facteurs aléatoires : climat, réseau et énergie.

Ces influences sont modélisées par des tirages aléatoires successifs avec remise de trois réels a, b et c marqués sur des jetons choisis dans une urne comportant six jetons numérotés 1 ; 1 ; 2 ; 4 ; 4 et 4.

L'équation différentielle (E) : $ay''+by'+cy=0$ définit la qualité du signal au troisième relais où a, b et c sont les numéros respectifs au 1er, 2eme et 3eme jetons tirés.

Le signal est excellent si l'événement A : « l'équation (E) est équivalente à l'équation différentielle (F) : $4y''+4y'+y=0$ » est réalisé.

Le signal est moyen si l'événement B : « les solutions de l'équation différentielle (E) sont les fonctions de la forme $x \mapsto (\lambda x+\beta)e^{\alpha x}$; $\lambda \in \mathbb{R}$; $\beta \in \mathbb{R}$ et $\alpha \in \mathbb{R}$ » est réalisé.

A la fin de la première année, le nombre d'abonnés servis est égal à la limite de la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = \int_0^n \varphi(x)\,dx$ où φ est la fonction solution de l'équation différentielle (F) dont la courbe admet en son point $K(0;2)$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Ola, élève en classe terminale scientifique, fille du promoteur de la startup voudrait déterminer le nombre d'abonnés, les probabilités de réception du signal, les configurations des relais et la qualité de l'intensité reçue par relais.

Tâche : Tu es invité(e) à trouver des solutions aux préoccupations de Ola à travers la résolution des problèmes suivants.

Problème 1

1. Calcule la probabilité de chacun des événements A et B.
2. Résous l'équation différentielle (F) : $4y''+4y'+y=0$.
3. Justifie que $\forall x\in\mathbb{R},\ \varphi(x)=(x+2)e^{-\frac{1}{2}x}$.
4. (a) Calcule U_n en fonction de n.
   (b) Démontre que $\forall n\in\mathbb{N},\ 0\leq U_n\leq 8$.
   (c) Justifie que $\forall n\in\mathbb{N},\ U_{n+1}-U_n=\int_n^{n+1}\varphi(x)\,dx$.
   (d) Déduis – en que la suite (U_n) est convergente et calcule sa limite.

Problème 2

Le plan du sol est assimilé à un plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. Les points images des racines du polynôme complexe $P(z)=z^3-2\left(2\sqrt{3}+3i\right)z^2+4\left(1+4i\sqrt{3}\right)z+8\left(2\sqrt{3}-3i\right)$ sont les emplacements des antennes des trois relais.

L'antenne principale est placée sur l'axe des imaginaires pures et l'antenne de réception sur l'axe réel.

5. Détermine les coordonnées des points d'emplacements des antennes principale et de réception.
6. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$. Tu noteras z_0 la solution réelle, z_1 la solution imaginaire pure et z_2 la troisième solution.
7. Soient A, B et C les points d'affixes respectives z_0, z_1 et z_2.
   Donne la nature du triangle ABC.
8. Soit s la similitude plane directe qui transforme le point A en B et le point B en C.
   (a) Détermine une écriture complexe de s.
   (b) Donne la nature et les éléments caractéristiques de s.

Problème 3

L'efficacité du système dépend de la variable x, intensité du signal et est modélisée par la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $\begin{cases} f(x)=|x|^{\frac{1}{x-1}} & si\quad x\neq 1\\ f(1)=e \end{cases}$

et on désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Soit u la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $u(x) = \dfrac{x-1}{x} - \ln|x|$.

9. Etudie les variations de u.
10. (a) Démontre que l'équation $u(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]-\infty;0[$ et que $-4 < \alpha < -3$.

    (b) Etudie le signe de $u(x)$.
11. Détermine le développement limité d'ordre 2 au voisinage de 0 de la fonction $v : x \mapsto \ln(1+x)$.
12. Justifie que l'ensemble de définition de f est $D = \mathbb{R} - \{0\}$.
13. (a) Etudie la continuité de f en 1.

    (b) Etudie la dérivabilité de f en 1. Donne une interprétation graphique du résultat.
14. (a) Etudie les variations de f.

    (b) Construis la courbe (C).
15. Détermine par la méthode des trapèzes une valeur approchée de l'intégrale $A = \int_2^7 f(x)\,dx$ en subdivisant l'intervalle $[2;7]$ en cinq intervalles de même amplitude.